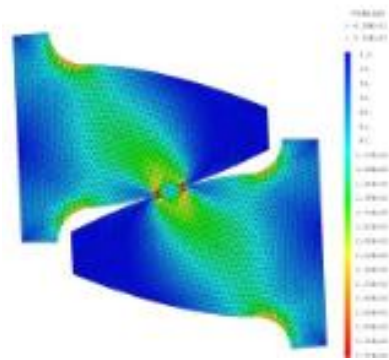


Comportement statique et élastique des solides

Résistance des matériaux (RDM)





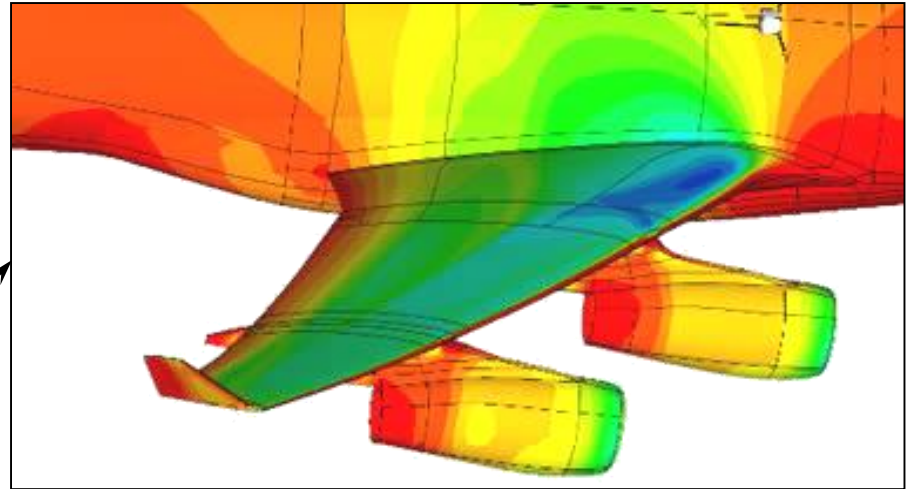
I But de la RDM

La résistance des matériaux est l'étude de **la résistance** et de la **déformation des solides** (arbres de transmission, bâtiments, fusées). Cela permet donc de :

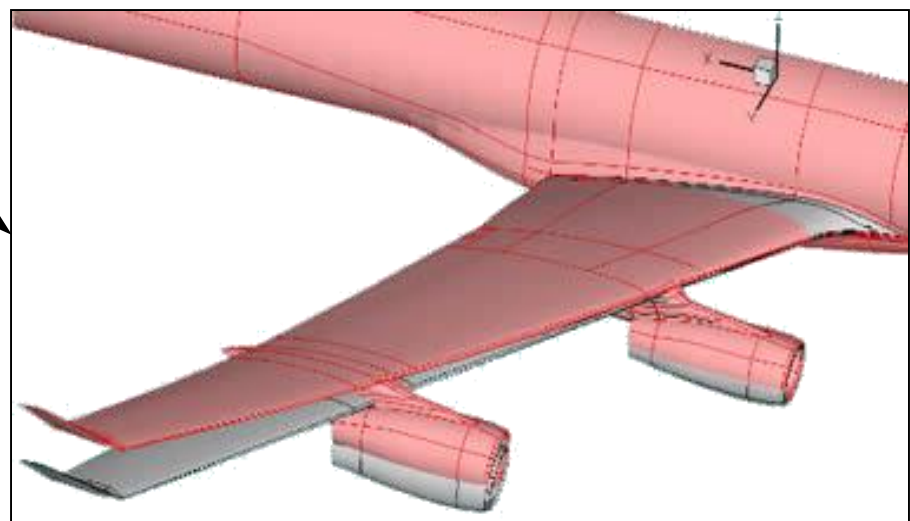
- Déterminer les **dimensions fonctionnelles de la pièce**
- Choisir le **matériau constituant la pièce**
- Vérifier la **résistance à la "casse" de la pièce** : (Dépassement de la limite à la résistance élastique du matériau)
- Vérifier la **résistance à la "déformation" de la pièce**
- Vérifier la **résistance à la "fatigue" de la pièce** : (Rupture après un certain nombre de cycles de déformation)
- Optimiser le **coût de la pièce par changement des formes, des dimensions, des matériaux, ...**

I But de la RDM

Contraintes subies
par l'aile d'avion



Déformations subies
par l'aile d'avion

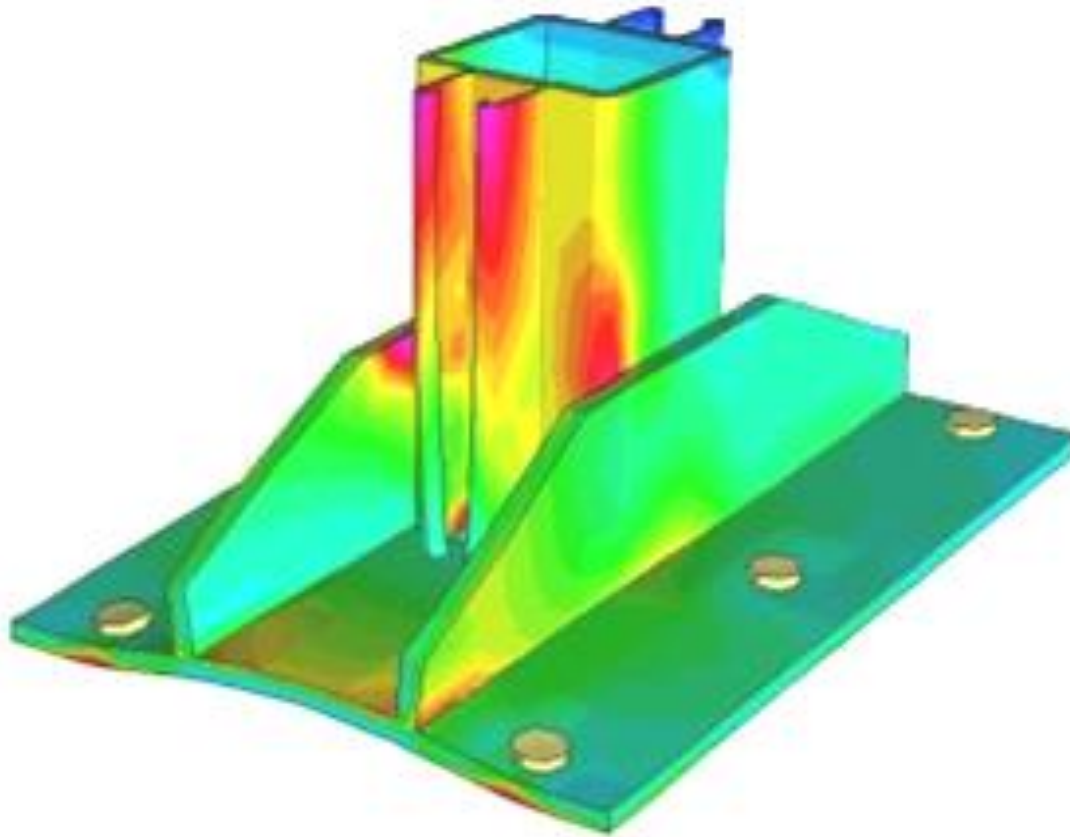


I But de la RDM



Vérification de la résistance d'une aile d'avion

I *But de la RDM*



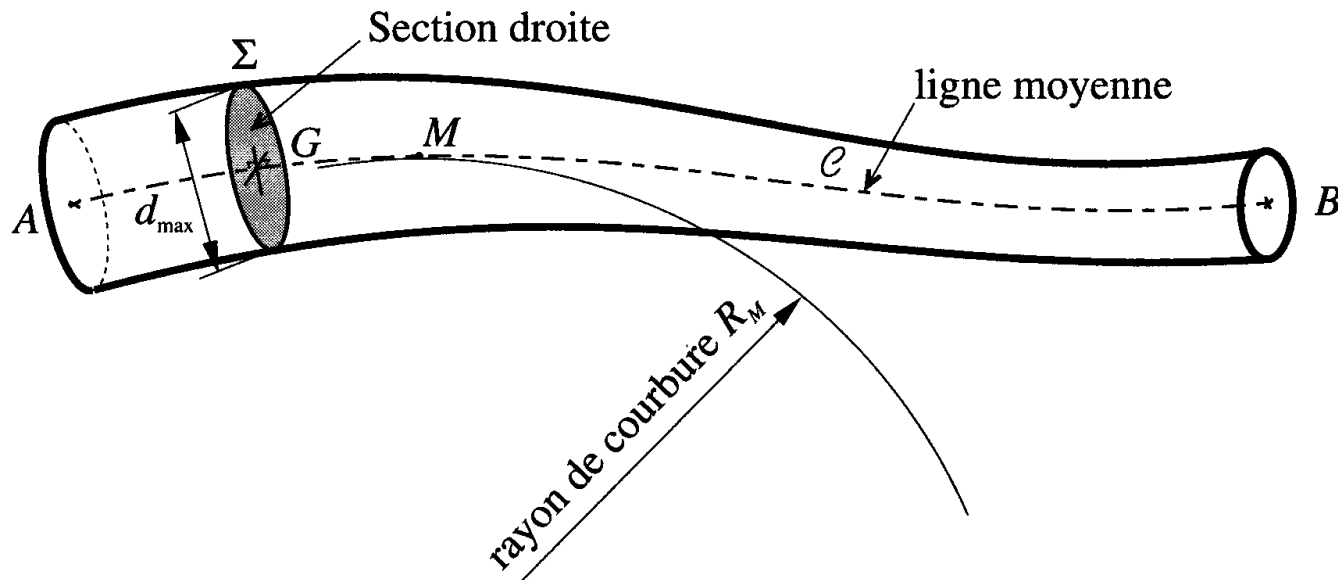
Répartition des contraintes dans la pièce sous charges

II Les hypothèses de la RDM

2.1 La géométrie de la pièce :

Pour tous les calculs RDM, on utilise le modèle « **Poutre** » (solides dont une dimension est très supérieure aux deux autres).

Si la pièce à étudier ne peut pas être modélisée par une poutre, on utilise le **calcul par éléments finis qui ne peut-être que logiciel**.





II Les hypothèses de la RDM

2.2 Les matériaux étudiés:

Ils doivent être :

Isotropes : on admet que les matériaux ont, en un même point, les mêmes **propriétés mécaniques dans toutes les directions**.. Elle n'est pas vérifiée pour les matériaux tels que **le bois**, les **matériaux composites...etc.**

Homogènes : On admet que les matériaux ont les **mêmes caractéristiques** (composition) **en tout point**.

Continus : **pas de fissure, pas de creux ...**

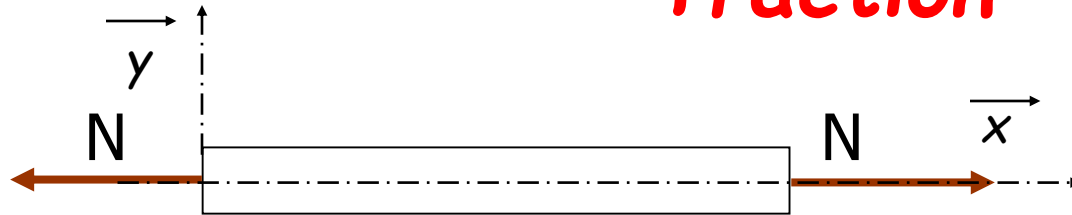


III *Les différentes sollicitations simples*

*Une poutre peut être soumise à plusieurs sollicitations qui dépendent **de la nature et de la direction des actions mécaniques.***

III Les différentes sollicitations simples

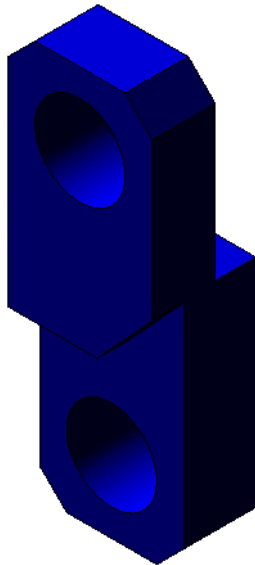
Traction



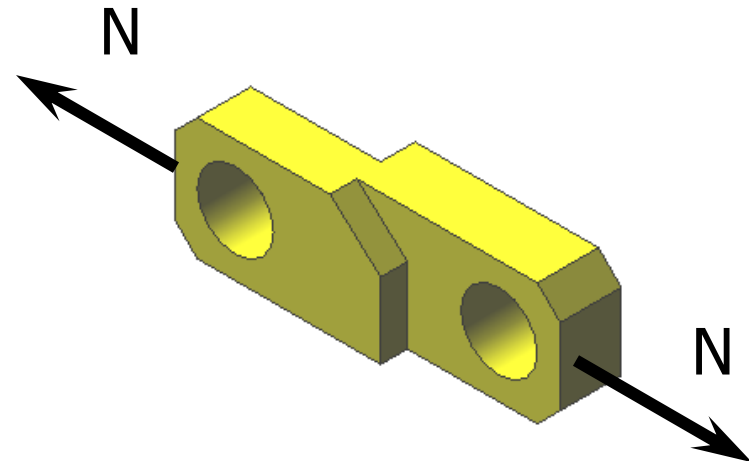
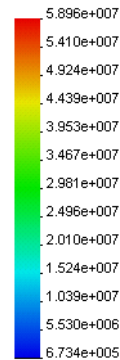
$$\{T(coh)\} = \begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G,R}$$

Nom du modèle: bielle13
Nom de l'étude: COSMOSXpressStudy
Type de Tracé: Statique Contrainte Nodale - Tracé1
Echelle de déformation: 1031.54

$$N > 0$$

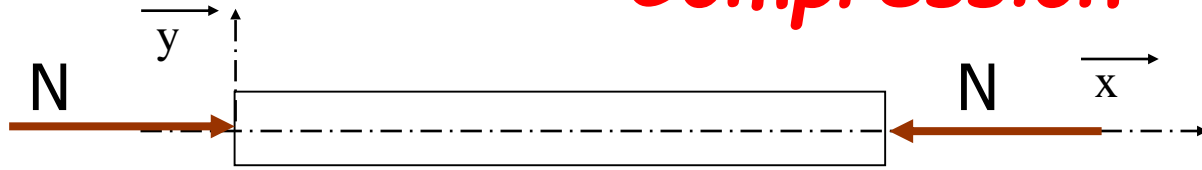


von Mises (N/m²)



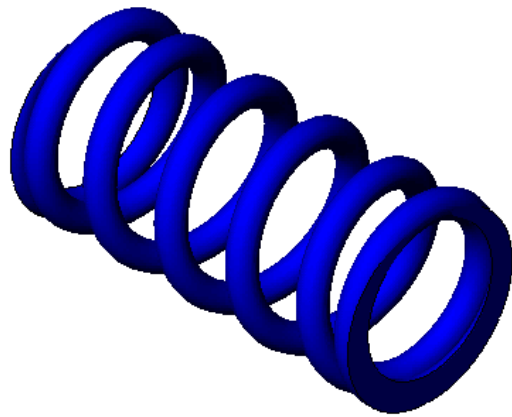
III Les différentes sollicitations simples

Compression

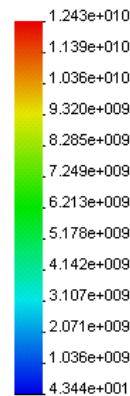


$$\{T(coh)\} = \begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G,R}$$

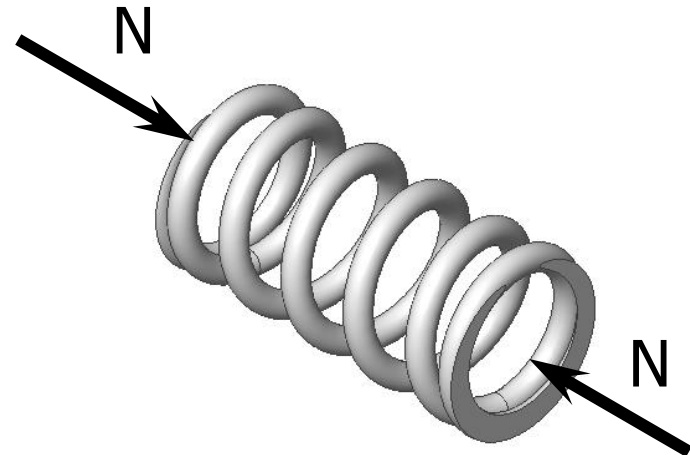
Nom du modèle: RessCompr7185
 Nom de l'étude: COSMOSXpressStudy
 Type de Tracé : Statique Contrainte Nodale - Tracé1
 Echelle de déformation : 0.0329113



von Mises (N/m²)

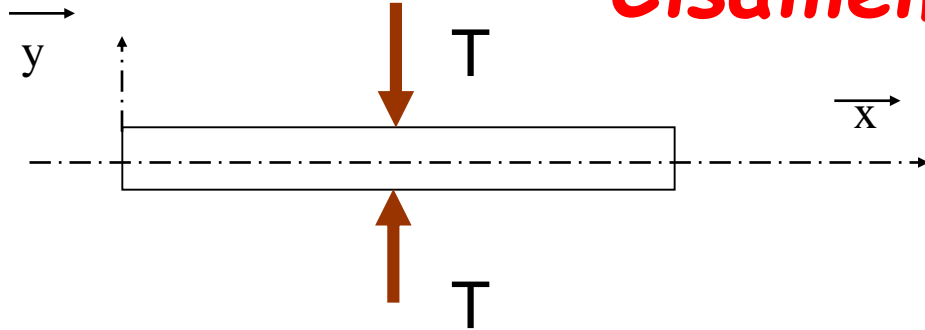


$$N < 0$$



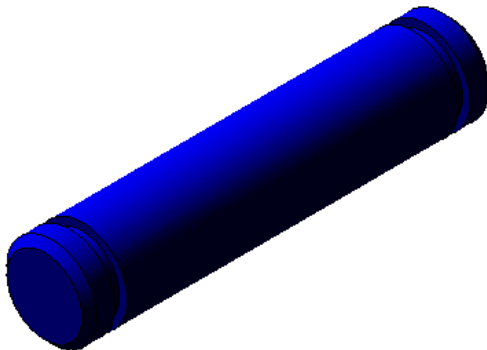
III Les différentes sollicitations simples

Cisaillement

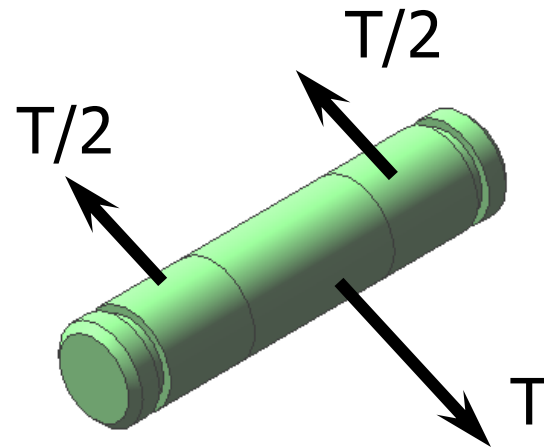
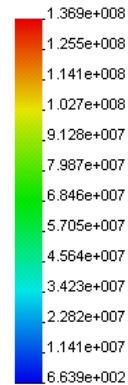


$$\{T(coh)\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Ty & 0 \\ Tz & 0 \end{array} \right\}_{G,R}$$

Nom du modèle: axe16
Nom de l'étude: COSMOSXpressStudy
Type de Tracé : Statique Contrainte Nodale - Tracé1
Echelle de déformation : 1306.06

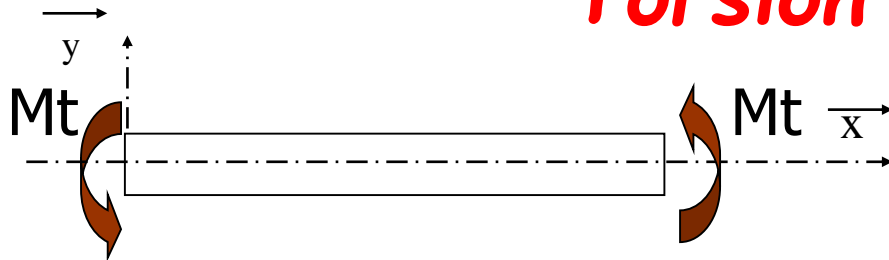


von Mises (N/m²)



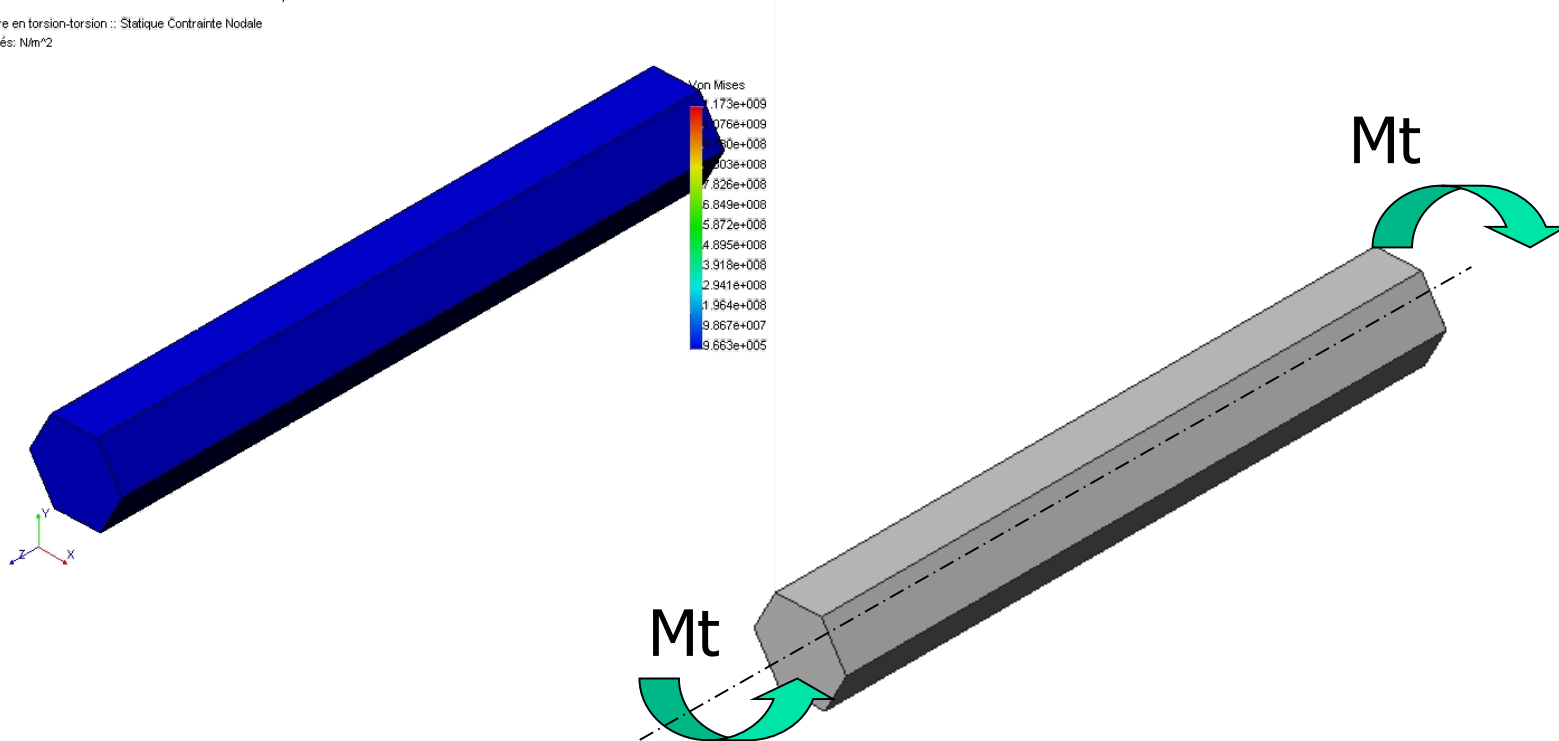
III Les différentes sollicitations simples

Torsion

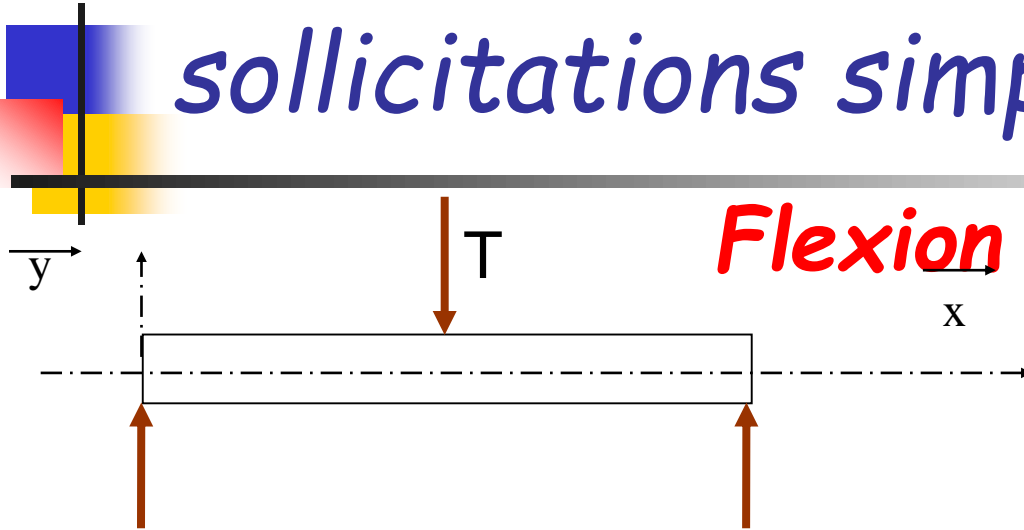


$$\{T(coh)\} = \begin{Bmatrix} 0 & Mt \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G,R}$$

arbre en torsion-torsion :: Statique Contrainte Nodale
Unités: Nm²

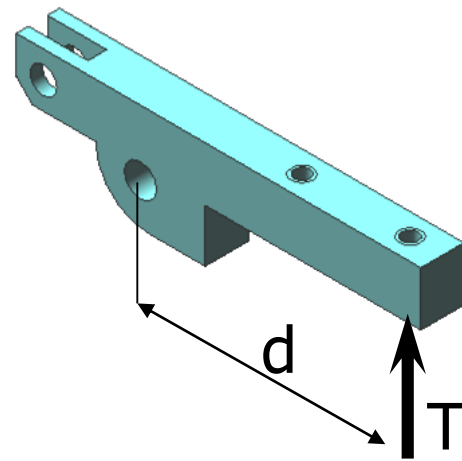
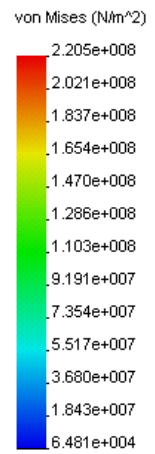
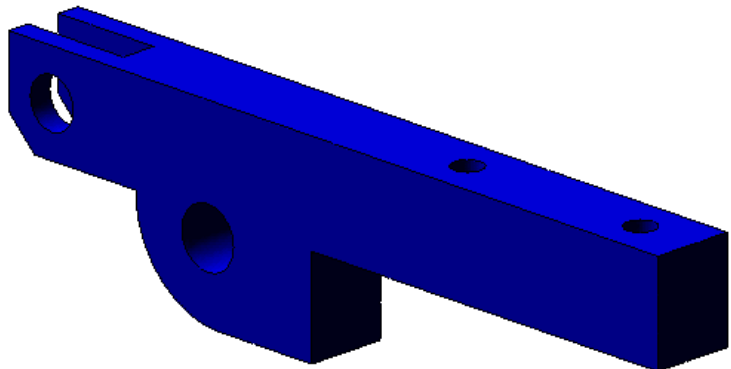


III Les différentes sollicitations simples



$$\{T(coh)\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Ty & 0 \\ \hline 0 & Mfz \end{array} \right\}_{G,R}$$

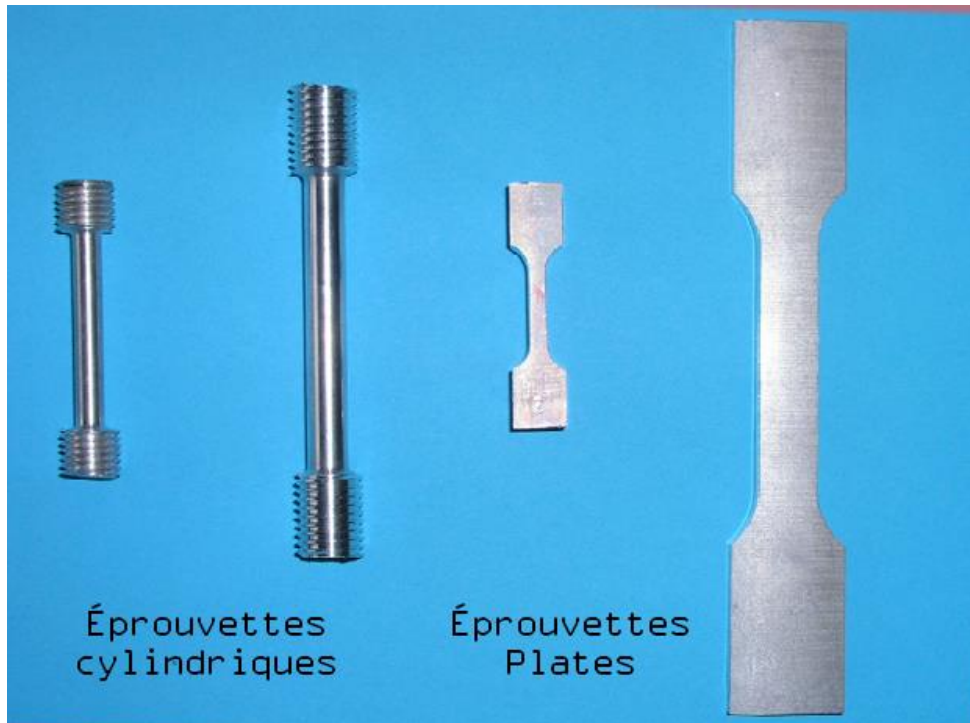
Nom du modèle: doigt
 Nom de l'étude: COSMOSxpressStudy
 Type de Tracé : Statique Contrainte Nodale - Tracé1
 Echelle de déformation : 65.3061



IV Traction

4.1 Essai de Traction:

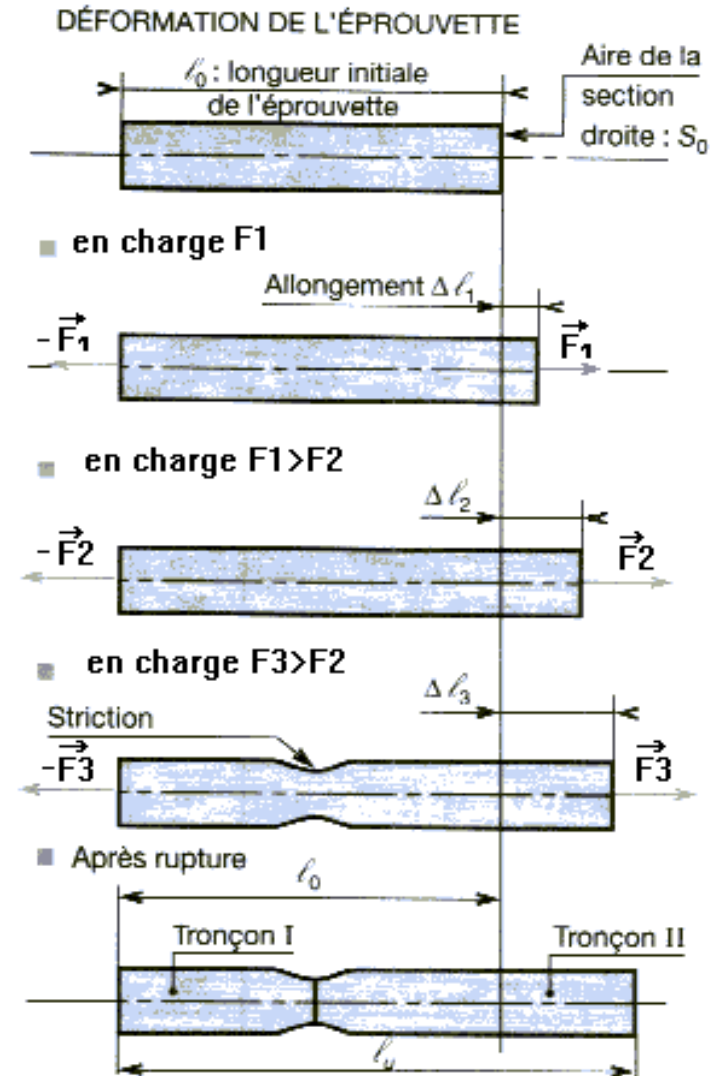
L'essai de traction est **une expérimentation** qui a pour objet la détermination des **caractéristiques de résistance du matériau testé.**



IV Traction

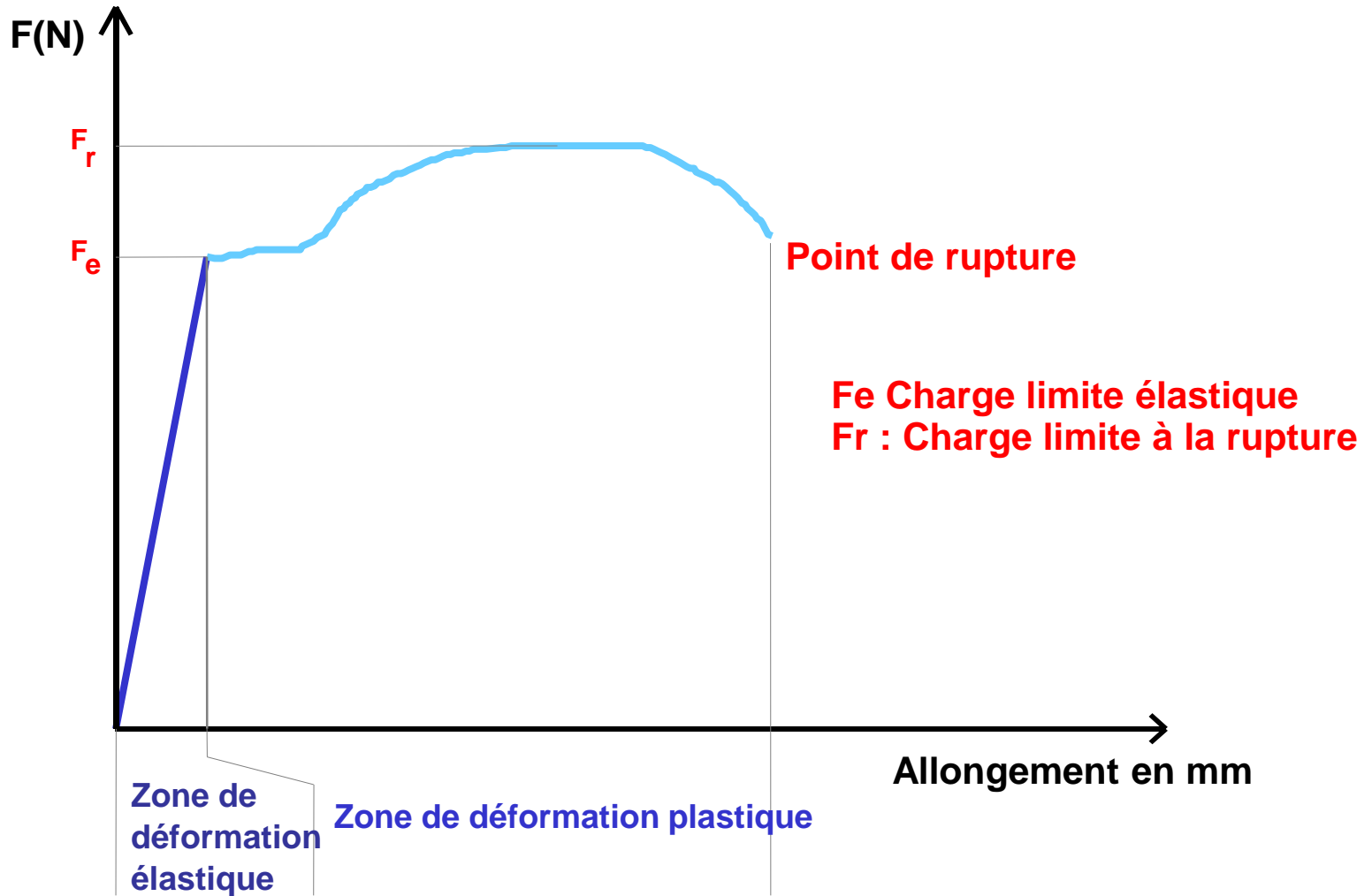
On applique progressivement et lentement à **une éprouvette**, de formes et de dimensions normalisées, un **effort de traction croissant dont l'intensité varie de 0 à F jusqu'à la rupture..**

Le tableau ci-contre montre l'évolution de la déformation de l'éprouvette en fonction de la charge appliquée



IV Traction

4.1.1 Résultats de l'essai



Graphe de l'allongement en fonction de la charge appliquée



IV Traction

4.1.2 Résistance élastique R_e

$$R_e = \frac{F_e}{S_o}$$

avec

R_e en MPa,

F_e en N,

S_o section de la pièce en mm^2

4.1.3 Résistance à la rupture R_r

$$R_r = \frac{F_r}{S_o}$$

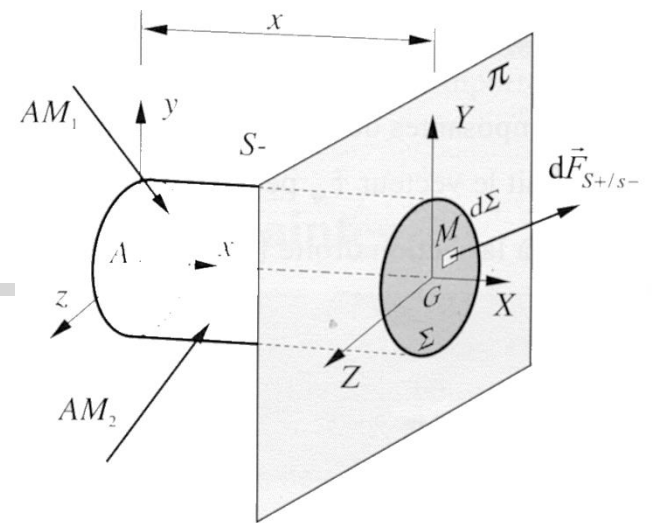
avec

R_r en MPa,

F_r en N,

S_o section de la pièce en mm^2 .

IV Traction



4.2 Contrainte

4.2.1 Définition du vecteur contrainte :

Une coupure est effectuée au niveau de la surface Σ (le plan de coupe peut ne pas être perpendiculaire à la ligne moyenne).

Considérons un point M de cette surface et $d\Sigma$ un élément de section droite aussi petit que possible entourant le point M .

Soit l'effort élémentaire transmis par $d\Sigma$ exercé par la matière de la partie droite sur la partie gauche de la poutre.

On appelle vecteur contrainte au point M pour la coupure de normale le vecteur :

$$\vec{C}_{(M, \vec{n})} = \frac{d\vec{F}_{E_2 \rightarrow E_1}}{d\Sigma}$$

Unités : en MPa ou N/mm². La contrainte est homogène à une pression.

IV Traction

4.2.2 Contrainte normale et contrainte tangentielle

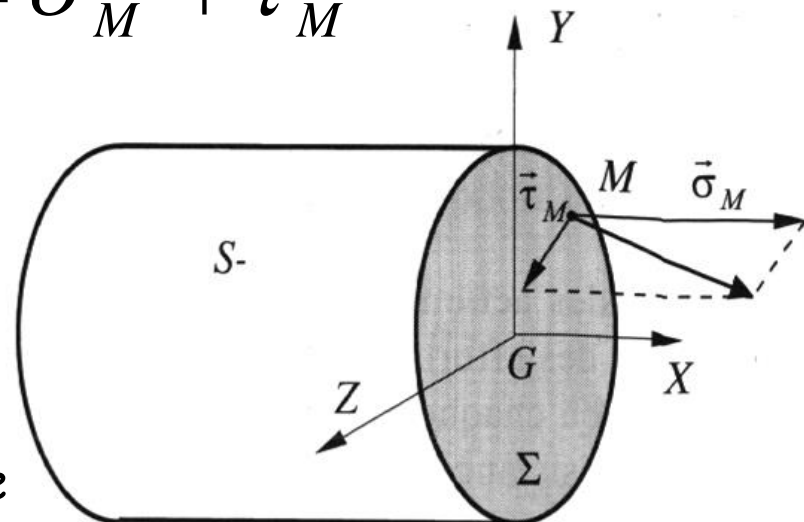
Soit le repère local affecté à la coupure suivant la section droite Σ de normale .

Projetons le vecteur contrainte C_m dans le repère $(G \ x \ y \ z)$:

$$\vec{C}_{(M, \vec{x})} = \vec{\sigma}_M + \vec{\tau}_M$$

$\vec{\sigma}_M$: Contrainte **normale** (projection du vecteur contrainte sur la normale à la coupure).

$\vec{\tau}_M$: Contrainte **tangentielle** (projection du vecteur contrainte dans le plan YZ).



IV Traction

4.2.3 Contrainte en traction

Lorsqu'une poutre est sollicitée en traction la contrainte tangentielle $\vec{\tau}_M$ est nulle et la contrainte normale $\vec{\sigma}_M$ vaut :

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

avec

σ en N/mm^2 (MPa),

F en N,

S en mm^2 .

L'expérience montre qu'il y a proportionnalité dans la zone élastique entre la contrainte σ et l'allongement relatif ε .

Loi de Hooke :

$$\sigma = E\varepsilon$$

avec E module de Young en N/mm^2 . (aciers $E = 210000\text{Mpa}$)

IV Traction

4.3 Condition de résistance

Pendant toute la durée de son service, une pièce doit conserver un comportement élastique. Cette condition s'exprime par l'inégalité suivante :

$$\sigma_{\max i} \leq R_e$$

Les problèmes d'incertitude sur la valeur de R_e , de la contrainte, de la modélisation de l'étude..., nous amènent donc à exprimer la condition de résistance par :

$$\sigma_{\max i} \leq \frac{R_e}{s} = R_{pe}$$

avec

R_e : résistance limite élastique en MPa

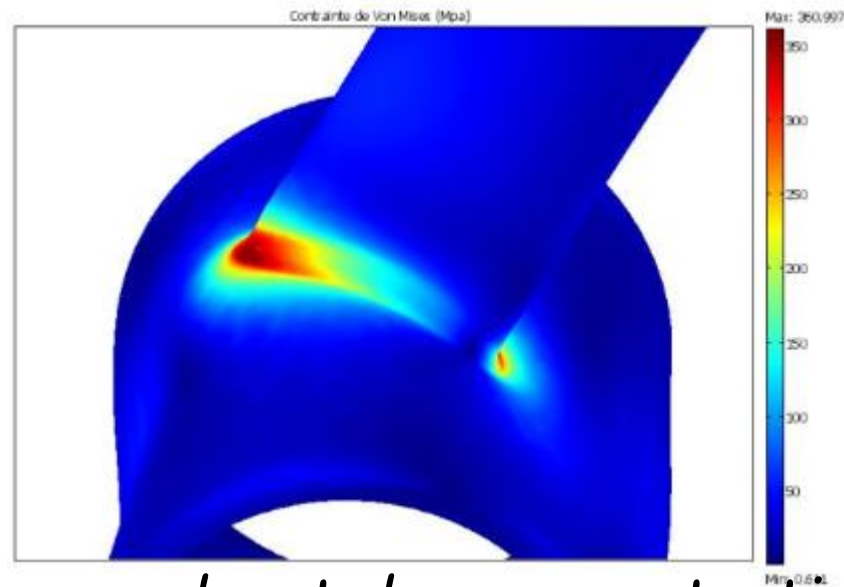
s : coefficient de sécurité ($s > 1$)

R_{pe} : résistance pratique de limite élastique en Mpa

IV Traction

4.4 Concentration de contraintes

La plupart des pièces industrielles ne sont pas cylindriques, elles possèdent des singularités de formes (perçages, gorges, rainures, filetages...).



Ces singularités engendrent des concentrations de contraintes qui augmentent la valeur de la contrainte.