COURS (Rappel)	STATIQUE

1. NOTION DE FORCE

1.1. **<u>Caractéristiques d'une force</u>**
1.2. **<u>Forces opposées</u>**
1.3. **<u>Action réaction</u>**
1.4. **<u>Résultante de 2 forces concourantes</u>**
1.5. **<u>Décomposition d'une force</u>**
1.6. **<u>Système soumis à 3 forces concourantes</u>**

2. NOTION DE MOMENT PAR RAPPORT A UN POINT

2.1 **<u>Définition</u>**
2.2 **<u>Unité</u>**
2.3 **<u>Propriétés</u>**

3. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (PFS)

4. DEFINITION DES LIAISONS

4.1. **<u>Appui simple</u>**
4.2. **<u>Articulation (ou rotule)</u>**
4.3. **<u>Encastrement</u>**

5. CLASSIFICATION DES SYSTEMES

6. DEMARCHE A SUIVRE POUR CALCULER LES REACTIONS D'APPUIS

EXERCICES D'APPLICATION

1. NOTION DE FORCE

1.1. Caractéristiques d'une force :

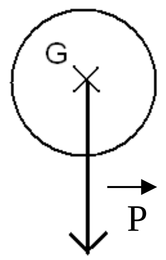
Une force est une action mécanique, représentée par un vecteur. Donc elle est caractérisée par :

- Son point d'application
- Sa direction (ou droite d'action)
- Son sens (le sens de mouvement)
- Son intensité, c'est-à-dire sa mesure exprimée en Newton (N) ou multiple de Newton (daN ; KN ; MN)

Rappel :

1 daN =	10 N
1 KN =	1000 N
1 MN =	1000000 N

Exemple : Le poids d'un corps est une force $\vec{P}$ dont :



- Le point d'application est le centre de gravité G du corps
- La direction est verticale
- Le sens est vers le bas
- L'intensité est $\boxed{P = m \times g}$
  avec : m = masse du corps exprimée en kg
  g = accélération de la pesanteur exprimée en N/kg (ou m/s²)

g = 9,81 N/kg $\longrightarrow$ en région Parisienne
g = 9,78 N/kg $\longrightarrow$ en Guyane (équateur)

1.2. Forces opposées :

2 forces sont opposées, si elles ont la même direction, même intensité mais de sens opposés.

Soit 2 forces opposées $\vec{F1}$ et $\vec{F2}$ $\Longleftrightarrow$ $\vec{F1} + \vec{F2} = \vec{0}$ $\Longleftrightarrow$ $\vec{F1} = -\vec{F2}$ $\Longleftrightarrow$ F1 = F2

Remarque : Un corps est en équilibre sous l'action de 2 forces donc elles sont directement opposées.

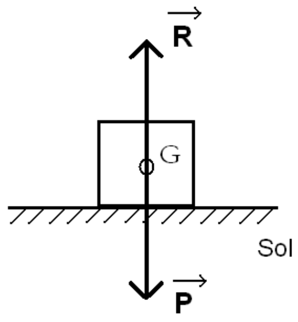
1.3. Action réaction :

Si un corps A exerce sur un corps B une force $\overrightarrow{F_{A/B}}$ (appelé action), alors le corps B exerce sur le corps A une force $\overrightarrow{F_{B/A}}$ (appelé réaction) directement opposée à $\overrightarrow{F_{A/B}}$ on a donc :

$\overrightarrow{F_{A/B}} + \overrightarrow{F_{B/A}} = \overrightarrow{0} \iff \overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} \iff F_{A/B} = F_{B/A}$

Exemple : Le poids d'un corps exerce sur le sol une force $\overrightarrow{P}$ (action) alors le sol réagit en exerçant sur le corps une force $\overrightarrow{R}$ (réaction) tel que :

$\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} = \overrightarrow{0} \iff \overrightarrow{P} = -\overrightarrow{R} \iff P = R$

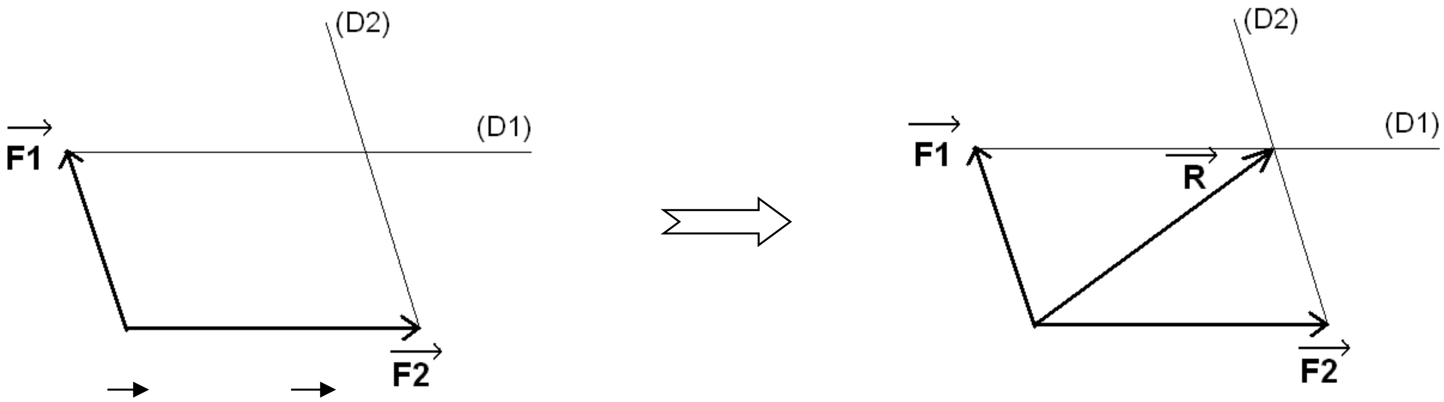


1.4. Résultante de 2 forces concourantes :

Soit $\overrightarrow{R}$ la résultante de 2 forces $\overrightarrow{F1}$ et $\overrightarrow{F2}$, alors :

$$\boxed{\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F1} + \overrightarrow{F2}}$$

Pour construire R il suffit de représenter le parallélogramme des forces comme suit :



(D1) // $\overrightarrow{F2}$; (D2) // $\overrightarrow{F1}$

Le point d'intersection des droites (D1) et (D2) représente l'extrémité de la résultante.

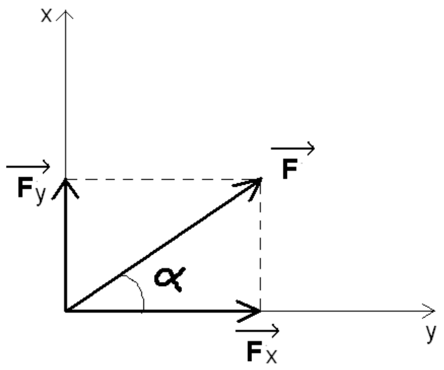
Remarque : L'intensité de la résultante n'est pas égale à la somme des 2 intensités c'est-à-dire :

$$\boxed{R \neq F1 + F2}$$

1.5. Décomposition d'une force :

On peut décomposer une force $\vec{F}$ en 2 composantes suivant 2 directions données.

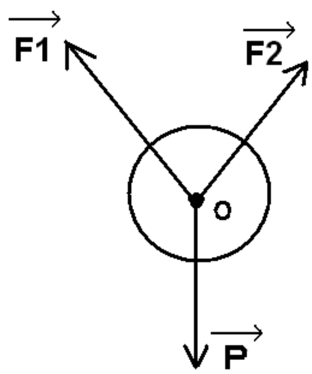
Exemple :



$F_x = F.\cos(\alpha)$
$F_y = F.\sin(\alpha)$

1.6. Système soumis à 3 forces concourantes :

Soit un corps soumis à 3 forces $\vec{P}$, $\vec{F1}$ et $\vec{F2}$ concourante en 1 point o



Le corps est en équilibre sous l'action des 3 forces si leur résultante est nulle c'est-à-dire :

$$\boxed{\vec{P} + \vec{F1} + \vec{F2} = \vec{0}}$$

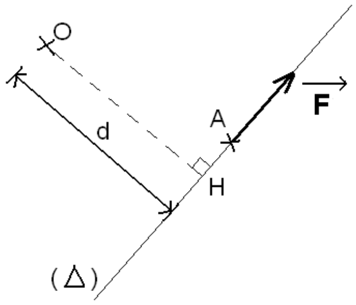
Remarque : en pratique si l'on connait 1 des 3 forces, alors les 2 autres sont déterminées (en utilisant les règles trigonométriques) en écrivant que la résultante des 2 forces inconnues est directement opposée à la force connue. Dans notre cas si $\vec{P}$ est connue et si $\vec{R}$ est la résultante des forces $\vec{F1}$ et $\vec{F2}$ alors on peut écrire :

$\vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \iff \vec{R} = -\vec{P} \iff R = P$

2. NOTION DE MOMENT PAR RAPPORT A UN POINT

2.1. Définition :

Soit une force $\vec{F}$ appliquée en A sur une direction (Δ) et soit un point O à l'extérieur de la droite (Δ).



Le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point O est le vecteur $\vec{Mo}$ dont les caractéristiques sont :

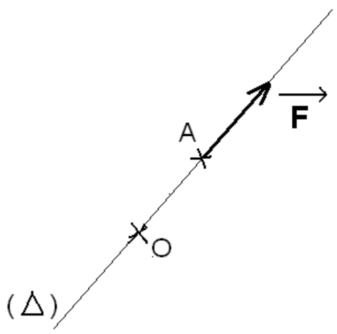
- Point d'application : point O
- Direction : direction perpendiculaire au plan formé par $\vec{F}$ et le point O
- Sens : obtenu en utilisant la règle du tir bouchon en faisant tourner dans le sens de $\vec{F}$ autour de la direction du moment
- Intensité : l'intensité du moment $\vec{Mo}$ est : $\boxed{Mo = F \times d}$
  Avec d = bras de levier (distance OH)

2.2. Unité :

L'unité du moment est le Newton-mètre N.m ou un multiple de N (daN.m, KN.m, MN.m)

2.3. Propriétés :

- L'intensité du moment est indépendante du point d'application de la force $\vec{F}$
- Si le point O est sur la droite d'action alors le moment de la force F par rapport à O est nul car OH = d = 0 donc M = 0



3. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (PFS)

Un solide est en équilibre s'il est soumis à un système de forces identique, c'est-à-dire lorsque la résultante générale $\vec{R}$ de toutes les forces, et le moment résultant de toutes les forces par rapport à un point quelconque O sont nuls :

Solide en équilibre si :
- $\vec{R} = \vec{0}$
- $\vec{M} = \vec{0}$

<u>Remarque :</u> les équations vectorielles $\vec{R} = \vec{0}$ et $\vec{M} = \vec{0}$
se traduisent analytiquement, dans un repère (OXYZ), par 6 équations d'équilibre

$$\vec{R} = \vec{0} \iff \begin{cases} \Sigma f/x=0 \\ \Sigma f/y=0 \\ \Sigma f/z=0 \end{cases}$$

$$\vec{M} = \vec{0} \iff \begin{cases} \Sigma M/x=0 \\ \Sigma M/y=0 \\ \Sigma M/z=0 \end{cases}$$

<u>Cas particulier d'un système plan :</u>
Lorsque les forces sont appliquées dans le plan (OXY) alors les équations d'équilibre non identiquement nulles sont :

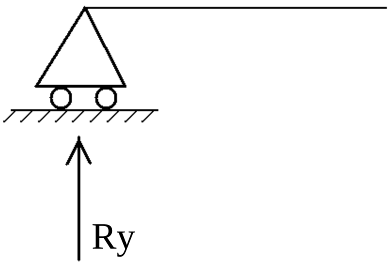
$$\vec{R} = \vec{0} \iff \begin{cases} \Sigma f/x=0 \\ \Sigma f/y=0 \end{cases}$$

$$\vec{M} = \vec{0} \iff \Sigma M/z=0$$

4. DEFINITION DES LIAISONS

4.1. Appui simple :

C’est un appui qui peut être supposé ponctuel. Le système matériel peut tourner librement autour d’un point de contact. L’appui repose sans frottement sur un plan d’appui fixe. La réaction d’appui est normale à la direction du déplacement.

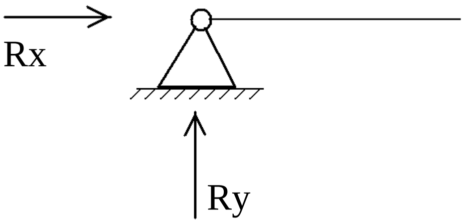


1 seul déplacement bloqué

⇒ $\boxed{\text{1 inconnue}}$

4.2. Articulation (ou rotule) :

L’appui ne peut se déplacer, mais le système matériel peut tourner librement autour du point fixe.



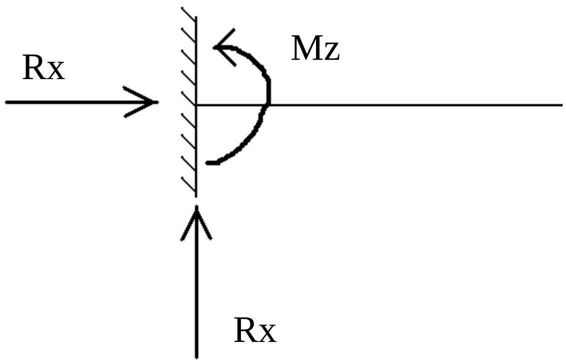
2 déplacements bloqués

⇒ $\boxed{\text{2 inconnues}}$

4.3. Encastrement :

L’appui ne permet ni translation ni rotation du système matériel. Pour un système plan, un encastrement introduit 3 inconnues :

- 2 inconnues pour la réaction : les composants Rx, Ry
- 1 inconnue pour le moment d’encastrement : Mz



2 déplacements bloqués + 1rotation bloquée

⇒ $\boxed{\text{3 inconnues}}$

5. CLASSIFICATION DES SYSTEMES

Soit :
r = nombre totale d'inconnue (Réaction) dans un système
n = nombre d'équation d'équilibre (n = 3 pour un système plan)

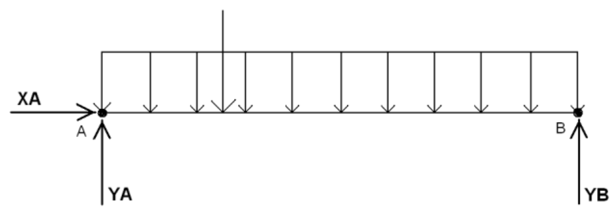
1^er^ cas : Si $r < n \Longrightarrow$ l'équilibre ne peut pas en général être assuré. Le système est mobile (mécanisme) on dit que le système est HYPOSTATIQUE

2^ème^ cas : Si $r = n \Longrightarrow$ il y a équilibre, les équations statique permettent de déterminer les réactions d'appuis on dit que le système est ISOSTATIQUE

3^ème^ cas : Si $r > n \Longrightarrow$ il y a équilibre, le nombre d'équations d'équilibre est insuffisant pour permettre la détermination des réactions d'appuis (inconnues) on dit que le système est HYPERSTATIQUE
Le système présente K liaisons surabondantes K est le degré d'hyperstaticité définit par $\boxed{K = r - n}$

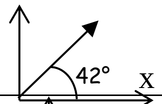
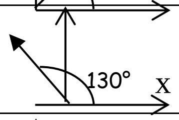
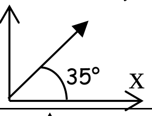
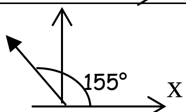
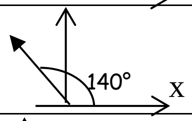
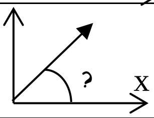
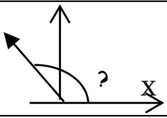
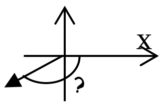
Remarque : La théorie de la statique permet simplement de résoudre des systèmes plans isostatiques, pour cela on applique le PFS afin de déterminer les réactions d'appuis.

6. DEMARCHE A SUIVRE POUR CALCULER LES REACTIONS D'APPUIS

1	On isole le système (solide)	
2	On remplace les liaisons du système avec l'extérieur par des réactions d'appuis (forces inconnues)	
3	On fait le bilan de toutes les forces appliquées au solide : - Forces données - Forces inconnues (réaction d'appuis)	
4	On détermine la nature du système	3 équations 3 inconnues } système isostatique
5	Si le système est isostatique on applique le PFS pour le calcul des réactions d'appuis	$\left.\begin{array}{l}\Sigma f/x=0\\ \Sigma f/y=0\\ \Sigma M/z=0\end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l}XA\\ YA\\ YB\end{array}\right.$

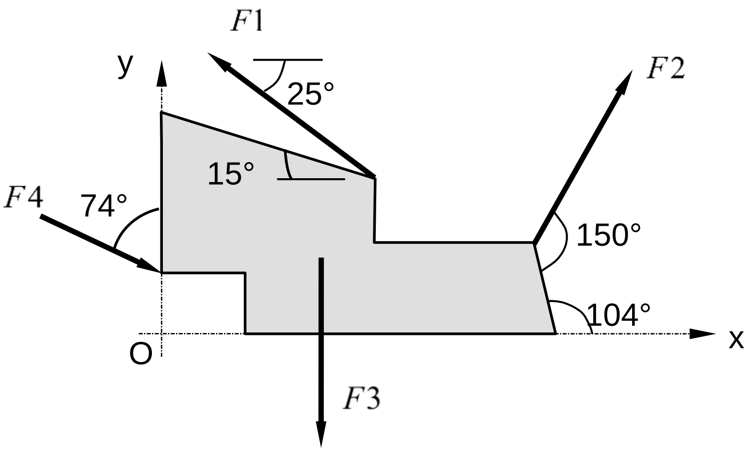
Exercice 1 :

Compléter le tableau suivant, **les forces seront exprimées en N**. Justifiez vos réponse en donnant les détails de clacul.

		Direction	Fx	Fy	DFD
Echelle 1mm → 5 N	Longueur du vecteur : 60 mm				
Echelle 1mm → 3 daN	Longueur du vecteur : 12 mm				
					9000 N
					9000 N
			- 1000 N		
Angle algébrique =			+ 900 N	+ 600 N	
Angle algébrique =			- 300 N	+ 300 N	
Angle algébrique =			- 300 N	- 100 N	

Exercice 2 :

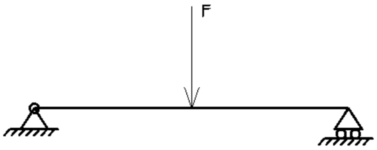
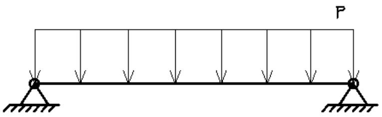
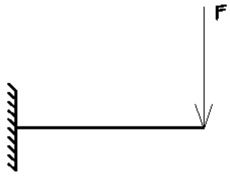
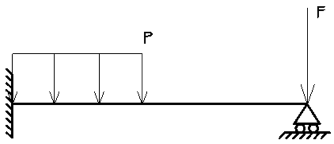
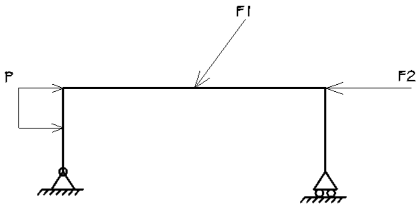
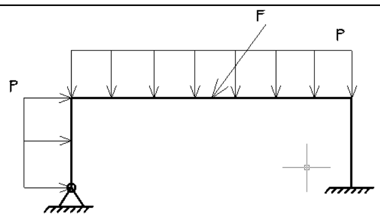
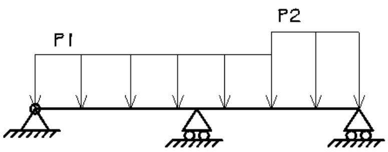
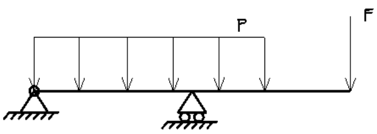
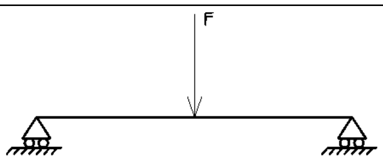
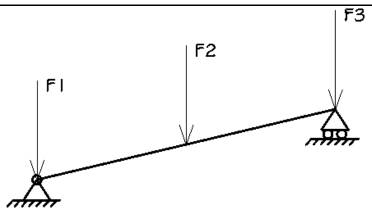
Calculer les composantes (en x, y) des forces qui s'appliquent au solide ci-dessous dans le repère (0,x,y).



Intensité	Fx	Fy
F1 = 82 daN		
F2 = 1,07 KN		
F3 = 693 N		
F4 = 95,2 daN		

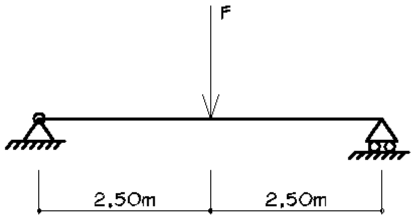
Exercice 3 :

Compléter le tableau et déterminer la nature des systèmes suivants :

Systèmes	Nb d'équations	Nb d'inconnues	Nature du système
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			

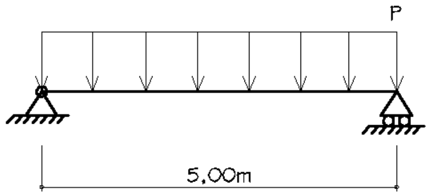
Exercice 4 :
Calculer les réactions d'appuis des systèmes suivants :

4.1)



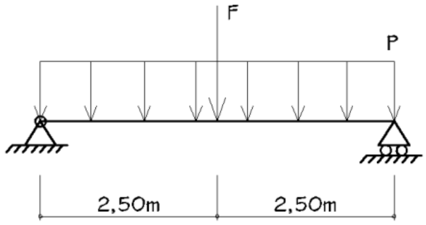
F = 650 daN

4.2)



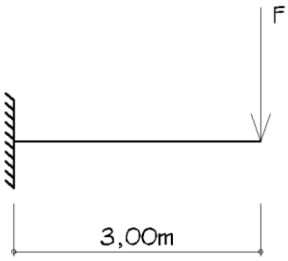
P = 150 daN/ml

4.3)



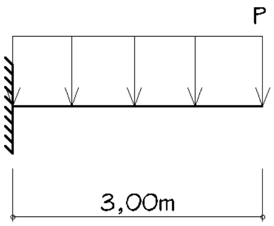
P = 150 daN/ml
F = 650 daN

4.4)



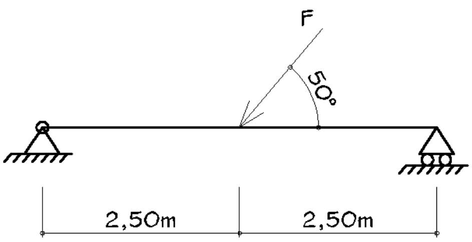
F = 375 daN

4.5)



P = 175 daN/ml

4.6)



F = 850 daN